

Gleichungen mit passenden „Gegenoperationen“ lösen

Gleichungen kann man sich als eine Balkenwaage im Gleichgewicht vorstellen („Waagemodell“).

Die mathematischen Operationen, welche das Gleichgewicht der Waage nicht beeinflussen, nennt man „Äquivalenzumformungen“. Das sind vorerst einmal:

1. Wenn man beide Seiten mit der gleichen Zahl addiert.
2. Wenn man beide Seiten mit der gleichen Zahl subtrahiert.
3. Wenn man beide Seiten mit der gleichen Zahl multipliziert.
4. Wenn man beide Seiten mit der gleichen Zahl dividiert.
5. Wenn man die Seiten vertauscht.

Es geht bei den 2 BSP darum, dass das Gleichgewicht erhalten bleibt! (Es geht nicht um die Lösung!)

$$\begin{aligned}2x + 4 = 7 & \quad | +2 \\2x + 4 + 2 = 7 + 2 \\2x + 6 = 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x + 4 = 7 & \quad | - 3 \\2x + 4 - 3 = 7 - 3 \\2x + 1 = 4\end{aligned}$$

Welche Äquivalenzumformung führt zum Ziel (dass wir für x ein Ergebnis bekommen)?

$$\begin{aligned}X + 2 = 5 & \quad | - 1 \\X + 2 - 1 = 5 - 1 \\X + 1 = 4 & \quad (\text{das hat uns noch nicht ans Zielgebracht!})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X + 2 = 5 & \quad | - 2 \\X + 2 - 2 = 5 - 2 \\X = 3 & \quad (\text{Heureka! Die Gegenoperation von dem Ausdruck, der beim x steht bringt uns ans Ziel! + 2 steht beim x, daher ist die Gegenoperation: - 2!})\end{aligned}$$

Grundlegende Umformungen mit der entsprechenden Gegenoperation:

$$\begin{aligned}X - 3 = 4 & \quad | +3 \\X = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X + 2 = 6 & \quad | - 2 \\X = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 \cdot X = 4 & \quad | : 2 \\X = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X : 3 = 1 & \quad | \cdot 3 \\X = 3\end{aligned}$$

Gleichungen in 2 Schritten mit den entsprechenden Gegenoperationen umformen:

$$\begin{aligned}2 \cdot x - 3 = 9 & \quad | +3 & (\text{Es hat sich als vorteilhaft erwiesen, die Strichrechnung zuerst zu nehmen!}) \\2 \cdot x = 12 & \quad | : 2 & (\text{Als zweiter Schritt folgt die Punktrechnung}) \\X = 6\end{aligned}$$